

数学 学習指導案

単元名：比例と反比例

弘前大学教育学部附属中学校 村上 和嗣

対象：1年D組 日時：令和3年9月30日(木) 3校時

場所：1年D組教室

【数学科研究主題】 数学的な見方・考え方を働かせ、深い学びをもたらす授業の創造

1 本単元で実現したい「深い学び」

どの数量とどの数量が関数関係にあるのかを生徒自らが判断し、既習事項と関連させながら、必要に応じて表、式、グラフを用いて課題を解決する。また、数学的な見方・考え方を働かせながら表現し、他者や教師との対話から関数についての理解を深めていく。

2 単元の評価規準

知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
<ul style="list-style-type: none">関数関係の意味を理解している。比例、反比例について理解している。比例、反比例を表、式、グラフなどに表すことができる	<ul style="list-style-type: none">比例、反比例として捉えられる2つの数量について、表、式、グラフなどを用いて調べ、それらの変化や対応の特徴を見いだすことができる。比例、反比例を用いて具体的な事象を捉え考察し、表現することができる。	<ul style="list-style-type: none">関数関係の意味や比例、反比例について考えようとしている。比例、反比例について学んだことを生活や学習に生かそうとしている。比例、反比例を活用した問題解決の過程を振り返って検討しようとしている。

3 単元について

小学校算数科において、第4学年から第5学年にかけて、ともなって変わる2つの数量を見だし、表や式を用いて変化の特徴を調べている。また第6学年では、関数関係にある2つの変数を x 、 y を用いて問題を解決してきている。例えば、 y が x に比例するとき、 x の値が□倍になると y の値も□倍になることや y が x に反比例するとき、 x の値とそれに対応する y の値の積は、いつも決まった数になり、 y を x の式で表すと $y=(決まった数) \div x$ になることなど、中学校で学習する内容をすでに扱っている状態にある。また、¹⁾反比例について、中学校学習指導要領では小学校算数科において、比例についての理解を一層深めることをねらいとして反比例を知ることとしている。中学校数学科において第1学年では、これらの学習の上に立って、具体的な事象の中から伴って変わる2つの数量を取り出して、その変化や対応の仕方に着目し、関数関係の意味を理解できるようにする。そして、比例・反比例の学習は、日常生活において数量間の関係を探求する基礎となるものであり、一般的、形式的に流されることなく、具体的に事象を考察することを通して、関数関係を見だし考察し表現する力を養う。また、数の拡張や関数の概念を基にして、小学校算数科で学習した比例・反比例を関数として捉え直すことも必要であるとされている。

本単元では、比例と反比例の導入に活用問題を取り入れ、小学校での既習事項をもとに課題を解決する活動をさせることで、これから学習する内容への理解が、より一層深まっていくのではないかと考えている。また、¹⁾思考力、判断力、表現力等は、数量や図形などに関する問題場面について思考する過程や、その結果得られた事実や方法、判断の根拠などを数学的な表現を用いて伝え合う等の言語活動を通じて身に付けることとされている。これまでの授業でも大切にしてきたことであるが、伝え合う・説明し合う活動も積極的に取り入れることで、単元を通じて関数を学習していくための土台をしっかりと作りたい。

4 深い学びを実現するための工夫

<p>本単元の学習前の生徒の姿</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・関数関係にある2つの数量が与えられたうえで、比例なのか反比例なのかを判断できる。 ・比例と反比例の基本的な知識は知っている。 ・活用問題では、与えられた関数関係のもと、表、式、グラフを用いて、課題を解決することができる。 ・課題に対して答えがでたことに満足し、そこで思考が停止してしまう。
<p>期待する解答・生徒の変容の要素</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・具体的な事象において、生徒自らが関数関係にある2つの数量を見だし、比例か反比例かを判断する。 ・既習事項を用いながら課題に取り組むことで、比例と反比例についての理解をより一層深めることができる。 ・表から式、式からグラフなど、表、式、グラフを関連させて、具体的な事象を考察し表現する。
<p>生徒の学びの深まりを把握する手立て</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・関数関係を見だし、考察し、表現する活動・・・【1】 どの数量とどの数量が関数関係にあるのかを、生徒自らが判断し、必要に応じて表、式、グラフを用いて解決する活動を多く取り上げる。また、自分の考えを他者に説明させる場面を設定することで、生徒同士の学びを深める。 ・課題に対する考えの練り上げ・・・【2】 課題に対して、どのように考えWSに表現しているのか、どの順番で発表させるかなど、机間指導をしながら確実に見取る。また、生徒のつまずきに対して、ヒントを出すなど、適切な対応をとる。 ・思考過程を記述するためのWSの工夫 自分の考えと他者の考えを分けて記述させること。また、課題解決に関して「なるほど」や「なぜだろう」という、つぶやきをWSに残す工夫をする。 ・学習感想、学びの足跡シートの記入・・・【3】 分かったことや大切な考え、まだはっきりしないことや知りたいことについて記入させ、その内容から授業改善を図る。 ・小テスト等の実施 小單元ごとに実施し、定着度合いをはっきりさせることで、どのような勉強をすればよいかなど、判断材料を増やしていく。
<p>本単元の学習後に目指す生徒の姿</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・具体的な事象において、変化や対応の仕方に着目し、表、式、グラフを適切に用いて、考察し表現することができる。 ・関数関係に対してのイメージが深まり、様々な角度から事象やその変化を考えられる。 ・他に考えられることはないか、他の方法はないかなど、自分の考えを深めることができる。

【引用文献】

1) 文部科学省「中学校学習指導要領解説 数学編」教育出版, 2018

【参考文献】

- ◆「未来へひろがる数学1」啓林館, 2020
- ◆「楽しい算数4, 5, 6年」東京書籍, 2020

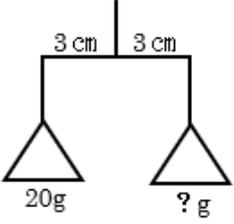
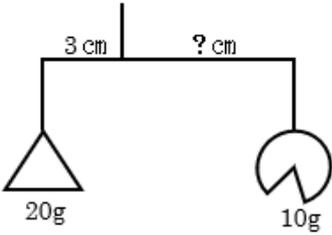
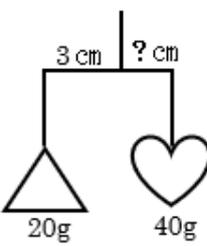
5 単元の指導プラン(24時間扱い、本時は1時間目) 数字は「生徒の学びの深まりを把握する手立て」の番号を示す

時	主な学習活動	評価規準〈評価方法〉	C評価の生徒への手だて
1 本時	<ul style="list-style-type: none"> モビールにおいて、飾りの重さと支点からの長さの関係を調べ、少し複雑なモビールでも釣り合わせる方法を考え、伝えることができる。【1】 	<ul style="list-style-type: none"> 思〈ワークシート、観察、発表〉 小学校で学習した比例、反比例において、支点からの長さとし飾りの重さの関数関係に気付き、既習事項を用いながら、課題を解決し、説明することができる。 	<ul style="list-style-type: none"> 導入で、簡単なモビールの問題に取り組みさせることで、2つの数量の関係に気付き、釣り合っているときは、この2つの数量関係がどのようなになっているかを考えることができる。
2 5	<ul style="list-style-type: none"> 関数の意味を知り、2つの数量の間に関数の関係があるかどうかを調べ、「～は…の関数である」といういい方で表す。【1】 変域の意味と表し方を知り、不等号を使って表す。 比例、反比例の意味を知り、yをxの式で表すことで、yがxに比例するか、反比例するかを調べる。【2、3】 	<ul style="list-style-type: none"> 主〈観察、発表〉 関数関係の意味や比例、反比例について考えようとしている。 知〈ワークシート、観察〉 関数の意味を理解し、2つの数量の間に関数の関係があるかどうかを判断することができる。 知〈ワークシート、観察〉 変域の意味と表し方を理解し、変域を不等号を使って表すことができる。 知〈ワークシート、観察〉 比例と反比例の意味を理解し、関係を式に表すことができる。 	<ul style="list-style-type: none"> ともなって変わる2つの量を明確にさせる。 文字の値の取り得る範囲を確認し、不等号を使って表すとどうなるか考えさせる。 表において、縦の対応や横の変化に注目させ比例定数がどうなるかや比例定数を求めるためにx、yの値をどのように利用すればよいか理解させる。
6 13	<ul style="list-style-type: none"> 比例定数が正の数と負の数の場合でのグラフの共通点や違いを調べる。また、xの値が増加するときのyの値の変化の様子を、表やグラフを用いて調べる。 比例の表やグラフから式を求める方法を考える。【2、3】 	<ul style="list-style-type: none"> 知〈ワークシート、発表、観察〉 比例のグラフは、その式をみたくす点の集合であり原点を通る1つの直線であることを理解している。また、比例についてxの値が増加するときのyの値の変化の特徴を理解している。 思〈ワークシート、発表、観察〉 1組のx、yの値や比例の表やグラフから式を求める方法を考え、説明することができる。 	<ul style="list-style-type: none"> 比例のグラフは、どのような特徴があるか理解させる。また、座標と1組のx、yをしっかりと関連させ、式を求める方法に気付かせる。 グラフから比例定数を簡単に求める方法を理解させる。
14 20	<ul style="list-style-type: none"> 反比例のグラフがどのような点点を細かくとって確認する。また、比例定数が正の数と負の数の場合でのグラフの共通点や違いを調べる。なお、xの値を大きくしたり0に近づけたりするとグラフはどうなるか調べる。 xの値が増加するときのyの値の変化の様子を、表やグラフを用いて調べる。 反比例の表やグラフから式を求める方法を考える。【2、3】 	<ul style="list-style-type: none"> 知〈ワークシート、発表、観察〉 反比例のグラフは、式をみたくす点の集合でありなめらかな2つの曲線であることを理解している。また、反比例の値の変化の特徴を理解している。 思〈ワークシート、発表、観察〉 1組のx、yの値や比例の表やグラフから式を求める方法を考え、説明することができる。 	<ul style="list-style-type: none"> 反比例のグラフは、どのような特徴があるか理解させる。また、座標と1組のx、yをしっかりと関連させ、式を求める方法に気付かせる。
21 24	<ul style="list-style-type: none"> 行列の待ち時間を予想するために、どんなことがわかればよいかを考え、並んでいる人数から待ち時間を予想する。 身のまわりの問題を比例や反比例を用いて解決する。また比例のグラフから具体的な事象を読み取るなど、比例のグラフを利用して解決する。【1、2、3】 	<ul style="list-style-type: none"> 思〈ワークシート、発表、観察〉 具体的な事象の中の数量の関係が比例や反比例であることを見だし、問題を解決することができる。 思〈ワークシート、発表、観察〉 具体的な事象の中の数量の関係を比例とみなして、そのグラフを利用して問題を解決することができる。 	<ul style="list-style-type: none"> 2つの数量に着目させ、表、式、グラフを用いて、比例か反比例の関係に気付かせる。 これまで学習したことを活用できないか考えさせる。

6 本時について

本時のねらいは、「小学校での既習事項を活用しながら具体的な事象において、変化や対応の仕方に着目し、表や式を適切に用いて反比例の関係にあることを説明することができる。」である。風で動く飾りをモビールといい、どの棒でも（飾りの重さ）×（支点からの長さ）が、てこの規則性によって等しくなっており、この2つの変数は反比例の関係になっている。授業の導入段階では、簡単なモビールにおける支点からの長さや飾りの重さの問題に取り組ませる。1つの例で、支点からの長さをいくつも変えて飾りの重さを求めさせることで、2つの数量の関係をとらえさせる。そして、2つの数量の関係がどのようにになっているかを考察し説明させることで、生徒は表や式を用いて表現していくのではないかと考える。単元の導入段階で活用問題を取り入れるが、生徒がどのように課題に取り組み、どのような言葉で自分の考えを伝えるのかを期待しながら、これから学習する関数についてのイメージを深めるきっかけになればと考える。

7 本時の展開

段階	教師の働きかけ	予想される生徒の反応や活動	評価 ・ 留意点
導入	<p>1 モビールの紹介</p> <p>2 課題への意識付け モビールを作ろうとしてみたのですが・・・、いきなりつまずいてしまいました。何がいけないのでしょうか。</p> <p>3 では、この図では支点からの長さや飾りの重さはどうなりますか。</p> <p>①</p>  <p>②</p>  <p>③</p> 	<p>・見たことある。 ・風で動くかざり。</p> <p>・支点からの長さを変えてみては？ ・飾りの重さを変える。</p> <p><解答> ①20 g ・支点からの長さが同じだから。 ②6 cm ・飾りの重さが半分になっているので、支点からの長さは2倍になる。 ③1.5 cm ・飾りの重さが2倍になっているので、支点からの長さは半分になる。</p>	<p>・モビールを提示。</p> <p>・釣り合っていないモビールを見せる。 ・実際に支点からの長さを変えるなどして、操作してみる。</p> <p>・簡単な設計の図で答えさせていく。</p> <p>・間違いがでた場合に備えて、実際の物を用意しておく。</p> <p>・問題が書かれたものをラミネートし、黒板に貼っていく。</p>

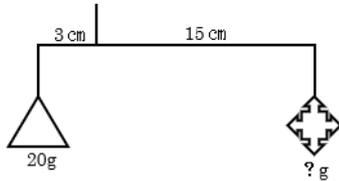
4 学習課題の提示

モビールをどのように設計したら釣り合うのか考えよう。

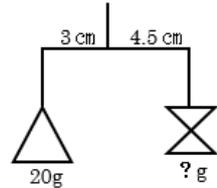
5 課題に対する自力解決

WSにある問題に取り組んでみましょう。

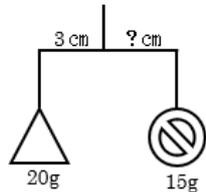
①



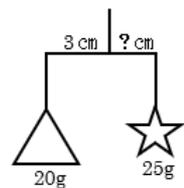
②



③



④



6 どのように解いたか説明しましょう。

7 長さと言さの関係性に気付かせる

黒板に貼られている図を見てください。何か気付くことはありませんか？気付いた人はWSに記入してください。

気付いた人が何人かいるようですが、もう一度黒板の図を見てください。

(支点からの長さ)と(飾りの重さ)には、ある関係があります。どのような関係があるかを見つけて、具体的に説明してみましょう。

<解答>

① 4 g

・ 支点からの長さが5倍になっているので、飾りの重さは1/5倍になる。

② 40/3 g

・ $60 \div 4.5 = 40/3$

③ 4 cm

・ 左側と右側で
(支点からの長さ)×(重り)が等しく、60になるので、 $60 \div 15 = 4$
小学校理科で習ったかも。

④ 2.4 cm

・ $60 \div 25 = 2.4$

・ WS①を配布。

・ 計算が必要な問題にする。
・ 掲示した図の横に板書させる。
・ 問題が書かれたものをラミネートし、黒板に貼っていく。

・ 必要に応じてヒントを出す。

・ 整理した図を見ると、表のようになっている。この表の関係は…

・ 図を整理する。

・ 重り(または、支点からの長さ)を○倍すると、支点からの長さ(または、飾りの重り)が1/○になるから、反比例の関係にある。

・ 指名して、ホワイトボードに記入させ、発表させる

・ ②の問題から、長さ x 、重さ y とすると、 $xy = 60$ となり、反比例の式になる。

【思・判・表】
ワークシート、発表
机間指導

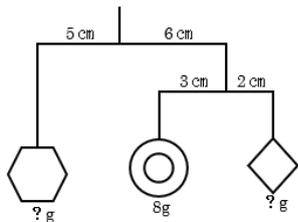
展
開

8 まとめ

モビールでは、左右が釣り合うように、
 (飾りの重さ) × (支点からの長さ) の値が等しくなっていて、
 支点からの長さとしりの重さには、反比例の関係がある。

9 課題を深める

では最後に、少し複雑なモビールを設計してみましよう。ちなみに、この図だと?になっている飾りの重さは何gになりますか。



<解答>

- 右側の?は、
 $24 \div 2 = 12 \text{ g}$
- 左側の?は、
 右側の飾りの重さの合計が
 20 g だから、
 $120 \div 5 = 24 \text{ g}$

10 WSにあるようなモビールを作りたいと思います。長さや重さは自分で決めて、ちゃんと釣り合うように設計してみましよう。

- どこから、数値を決めていけばよいのだろう。
- 上から決めていくと、途中で合わなくなる。
- 下の方から、数値を決めていけば作れそうだ。

11 学習感想を書きましよう。

• WS②を配布。

8 板書計画

モビールをどのように設計したら釣り合うのか考えよう。

・ 支点からの長さが5倍だから、飾りの重さは1/5倍
 $60 \div 15 = 4$
 ・ 飾りの重りが3/4倍だから、支点からの長さは4/3倍
 $60 \div 4.5 = 40/3$
 ・ $60 \div 15 = 4$
 ・ $60 \div 2.5 = 24$

モビールをどのように設計したら釣り合うのか考えよう。

1.5	2.4	3	4	4.5	6	15
40	25	20	15	$\frac{40}{3}$	10	4

モビールでは、左右が釣り合うように、
 (飾りの重さ) × (支点からの長さ) の値が等しくなっていて右側の
 支点からの長さとしりの重さには、反比例の関係がある。

学ボード

学ボード

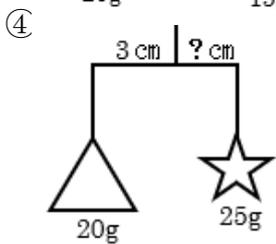
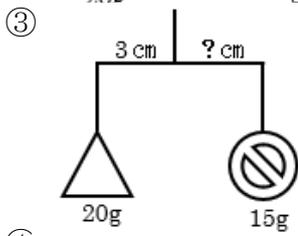
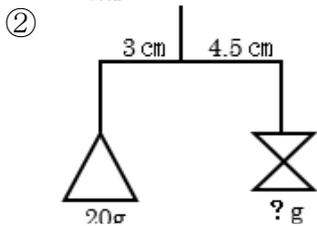
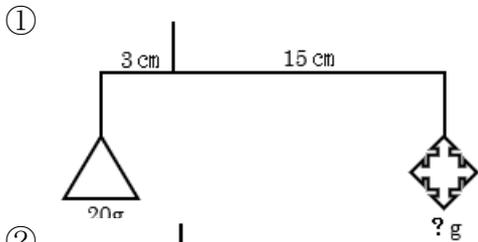
学ボード

日付	ねらい
----	-----

WS①

【釣り合うためには・・・】

Q1： ?にあてはまる数字を答えましょう。また、どのように求めたかも書いてください。
 (※糸の重さや棒の重さは考えないものとします。)

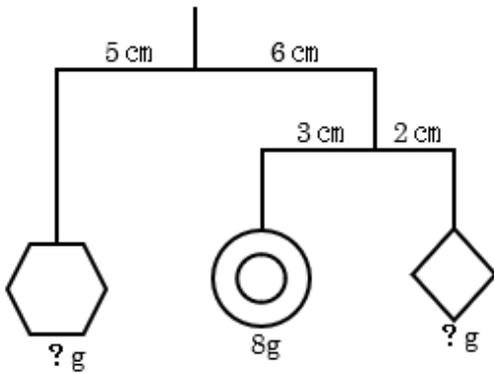


Q2：気付いたことは?-----

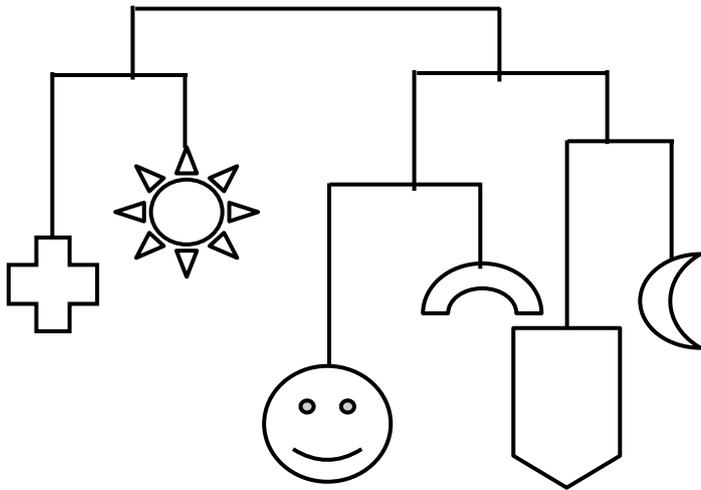
【まとめ】

【発 展】

Q3：？にあてはまる数字を答えましょう。
 (※糸の重さや棒の重さは考えないものとします。)



Q4：モビールの仕組みは分かりましたか？では、設計してみましよう。
 下の図で、釣り合うように支点からの距離と飾りの重さを自分で設定しましょう。



【授業の振り返り】

	検印
--	----